



Article

# Implementasi Kalkulus Trigonometri pada Pemodelan dan Visualisasi Gelombang Stasioner Menggunakan Python

Roziana Fauzun<sup>1</sup>, Rosyid R. Al-Hakim<sup>2,\*</sup>, Anggit Wirasto<sup>1</sup>, Hadi Jayusman<sup>2</sup>, Glagah E. Setyowisnu<sup>3</sup>, Tri S. Famuji<sup>4</sup>

1 Departemen Informatika, Universitas Harapan Bangsa, Purwokerto, Indonesia

2 Departemen Sistem Informasi, Universitas Harapan Bangsa, Purwokerto, Indonesia

3 Departemen Matematika, Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto, Indonesia

4 Departemen Informatika, Universitas Al-Irsyad Cilacap, Cilacap, Indonesia

\* Correspondence: rosyid@uhb.ac.id

**Abstract:** This study explores the application of calculus concepts in computational modeling and visualization of standing waves in open and closed pipe systems. Standing wave phenomena are fundamental topics in wave physics and are closely related to sinusoidal functions commonly studied in calculus courses, particularly in Informatics education. However, the integration of calculus-based mathematical representations with computational visualization remains limited in undergraduate learning contexts. The objective of this research is to implement trigonometric calculus concepts in modeling sinusoidal standing waves and to visualize their behavior in open and closed pipes using Python-based computation. The research employs a quantitative computational approach, where mathematical wave equations derived from calculus principles are translated into numerical simulations. The study does not involve human participants; instead, data are generated from analytical wave functions and processed through computational visualization techniques using Python. The results demonstrate that the computational models successfully represent the characteristics of standing waves, including nodes and antinodes, in both open and closed pipe configurations. The visualizations clearly illustrate differences in wave patterns resulting from boundary conditions, confirming theoretical expectations from calculus-based wave equations. These findings indicate that computational modeling can effectively bridge abstract calculus concepts and observable physical phenomena. In conclusion, this study contributes a calculus-oriented computational framework that enhances conceptual understanding of standing waves through visualization. The novelty of this research lies in its explicit integration of trigonometric calculus concepts with computational simulation as a pedagogical approach in Informatics-oriented calculus learning.

**Received:** 9 November 2025

**Revised:** 12 December 2025

**Accepted:** 29 January 2026

**Published:** 31 January 2026



Copyright: © 2026 by the authors.

License Universitas Harapan Bangsa, Purwokerto, Indonesia. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

*Keywords: calculus application; standing waves; sinusoidal function; computational modeling; Python visualization*

## Pendahuluan

Kalkulus merupakan salah satu mata kuliah dasar yang memiliki peran penting dalam pembentukan kemampuan analitis dan pemodelan matematis mahasiswa Informatika (Maskar & Dewi, 2020). Konsep-konsep seperti fungsi kontinu, turunan, serta fungsi trigonometri menjadi fondasi dalam memahami berbagai fenomena komputasional dan fisis (Al Hakim et al., 2020; Al Hakim & Setyowisnu, 2021). Namun, dalam praktik pembelajaran, kalkulus sering dipersepsikan sebagai materi yang abstrak karena keterbatasan visualisasi dan keterkaitannya dengan aplikasi nyata.

Salah satu fenomena yang secara matematis erat dengan kalkulus trigonometri adalah gelombang stasioner (Afnaria et al., 2025). Gelombang stasioner pada sistem pipa terbuka dan pipa tertutup dapat direpresentasikan menggunakan fungsi sinusoidal yang bergantung pada variabel posisi dan waktu. Secara teoritis, konsep simpul (*node*) dan perut (*antinode*) pada gelombang stasioner dapat dijelaskan melalui persamaan gelombang yang berasal dari fungsi sinus dan kosinus (Halliday & Resnick, 2010). Oleh karena itu, fenomena ini sangat relevan digunakan sebagai media penerapan konsep kalkulus dalam konteks komputasional.

Dalam konteks pendidikan Informatika, integrasi antara kalkulus dan pemrograman menjadi kebutuhan yang semakin penting. Pendekatan komputasional memungkinkan konsep matematis yang abstrak diterjemahkan ke dalam bentuk visual dan interaktif melalui simulasi numerik (Handayani & Ahmad, 2022). Penggunaan bahasa pemrograman Python, yang memiliki dukungan pustaka numerik dan visualisasi yang kuat, memberikan peluang untuk menjembatani kesenjangan antara teori kalkulus dan pemahaman konseptual mahasiswa.

Meskipun berbagai penelitian telah membahas gelombang stasioner dari sudut pandang fisika, penerapan eksplisit konsep kalkulus trigonometri dalam bentuk pemodelan dan visualisasi komputasional, khususnya dalam konteks pembelajaran kalkulus pada program studi Informatika, masih relatif terbatas. Banyak studi berfokus pada aspek eksperimental atau analisis fisika, tanpa menekankan hubungan langsung antara persamaan matematis kalkulus dan representasi komputasionalnya (Pratiwi et al., 2025).

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengimplementasikan konsep kalkulus trigonometri dalam pemodelan dan visualisasi gelombang stasioner sinusoidal pada sistem pipa terbuka dan pipa tertutup menggunakan Python. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi sebagai pendekatan pembelajaran berbasis komputasi yang mampu memperkuat pemahaman konsep kalkulus melalui visualisasi fenomena gelombang secara matematis dan komputasional.

## Metode

### Desain Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif berbasis komputasi dengan menitikberatkan pada pemodelan matematis dan visualisasi numerik. Fokus utama penelitian adalah penerapan konsep kalkulus trigonometri dalam merepresentasikan fenomena gelombang stasioner pada sistem pipa terbuka dan pipa

tertutup. Pendekatan ini dipilih karena memungkinkan hubungan langsung antara persamaan matematis kontinu dan hasil visual yang dapat diamati secara komputasional.

Desain penelitian tidak melibatkan partisipan manusia maupun pengumpulan data empiris lapangan. Data yang digunakan sepenuhnya bersifat analitis, dihasilkan dari persamaan matematis gelombang yang diturunkan dari konsep dasar kalkulus dan fisika gelombang. Dengan demikian, penelitian ini menekankan validasi konseptual melalui kesesuaian antara teori matematis dan hasil simulasi numerik.

Lingkungan komputasi yang digunakan adalah *Google Colab* dengan bahasa pemrograman Python (Sukhdev & Sukhdev, 2023). Pemilihan lingkungan ini bertujuan untuk memastikan keterulangan (*reproducibility*) dan kemudahan akses, khususnya dalam konteks pembelajaran kalkulus di bidang Informatika.

### Model Matematis Gelombang Stasioner

Secara matematis, gelombang stasioner satu dimensi dapat dinyatakan sebagai hasil superposisi dua gelombang berjalan yang merambat berlawanan arah (Zheng et al., 2026). Dalam konteks penelitian ini, gelombang stasioner dimodelkan menggunakan fungsi sinusoidal yang bergantung pada variabel posisi dan waktu. Persamaan umum gelombang stasioner dinyatakan dalam Persamaan 1.

$$y(x, t) = A \sin(kx) \cos(\omega t) \quad (1)$$

di mana  $A$  menyatakan amplitudo gelombang,  $k$  adalah bilangan gelombang yang berkaitan dengan panjang gelombang, dan  $\omega$  adalah frekuensi sudut. Bentuk persamaan ini menunjukkan keterkaitan langsung antara fungsi trigonometri dan variabel kontinu, yang merupakan inti dari kajian kalkulus.

Untuk sistem pipa tertutup, kondisi batas diterapkan sehingga salah satu ujung pipa merupakan simpul. Hal ini direpresentasikan dengan pemilihan fungsi sinus yang memenuhi syarat  $y(0, t) = 0$ . Sebaliknya, pada sistem pipa terbuka, kedua ujung pipa berperan sebagai perut gelombang, sehingga model matematis disesuaikan agar turunan spasial fungsi gelombang bernilai nol di batas ujung pipa.

Perbedaan kondisi batas ini menghasilkan pola gelombang stasioner yang berbeda secara matematis maupun visual. Variasi nilai  $k$  digunakan untuk merepresentasikan harmonik yang berbeda, sehingga hubungan antara panjang pipa, bilangan gelombang, dan pola simpul-perut dapat dianalisis secara kalkulus dan divisualisasikan secara komputasional.

### Implementasi Komputasional dan Visualisasi

Persamaan matematis gelombang stasioner yang telah ditetapkan kemudian diimplementasikan ke dalam bentuk komputasi menggunakan Python (López-Flores et al., 2025; McClaren, 2018; Squire & English, 2025). Variabel posisi  $x$  didefinisikan sebagai domain kontinu yang didiskretisasi menjadi sejumlah titik menggunakan pendekatan numerik. Pendekatan ini memungkinkan evaluasi fungsi sinusoidal pada setiap titik domain, sehingga profil gelombang dapat dihitung secara numerik.

Proses komputasi dilakukan dengan memanfaatkan pustaka numerik untuk menghitung nilai fungsi trigonometri berdasarkan persamaan kalkulus yang digunakan. Variabel waktu  $t$  diperlakukan sebagai parameter yang dapat diubah untuk menunjukkan dinamika osilasi, meskipun fokus utama visualisasi adalah pada bentuk spasial gelombang stasioner yang bersifat tetap.

Hasil perhitungan numerik kemudian divisualisasikan dalam bentuk grafik dua dimensi yang menunjukkan hubungan antara posisi dan amplitudo gelombang. Visualisasi ini bertujuan untuk memperlihatkan secara eksplisit lokasi simpul dan perut gelombang pada pipa terbuka dan pipa tertutup. Dengan pendekatan ini, konsep kalkulus yang bersifat abstrak dapat ditransformasikan menjadi representasi visual yang mudah diamati dan dianalisis.

## Analisis dan Pembahasan

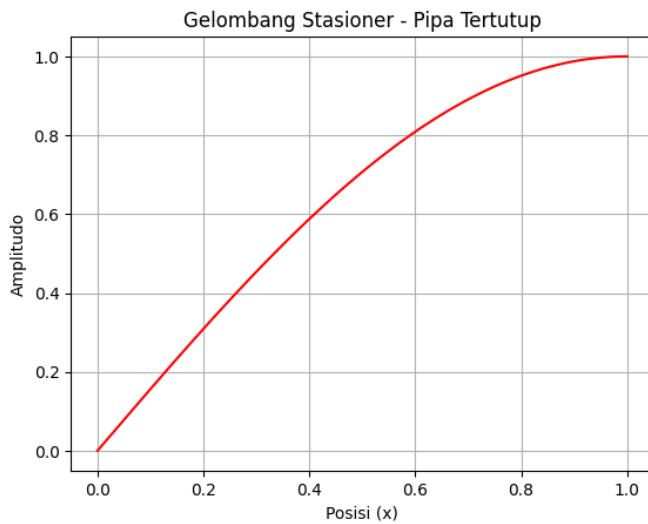
### Analisis Komputasi Numerik

Hasil simulasi komputasional gelombang stasioner pada pipa tertutup divisualisasikan dalam bentuk grafik hubungan antara posisi dan amplitudo gelombang dengan bahasa pemrograman Python, algoritma dapat dilihat pada (1). Grafik tersebut menunjukkan bahwa amplitudo gelombang bernilai nol pada salah satu ujung pipa, yang merepresentasikan simpul gelombang. Pola ini sesuai dengan kondisi batas yang diterapkan pada model matematis, di mana fungsi sinus memenuhi syarat batas  $y(0, t) = 0$ .

<b>Algoritma 1 – Komputasi Numerik Gelombang untuk Pipa Tertutup dengan Python</b>
<pre>import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt A = 1.0 L = 1.0 n = 1 omega = 2*np.pi t = 0 x = np.linspace(0, L, 500) y_closed = A * np.sin((2*n-1)*np.pi*x/(2*L)) * np.cos(omega*t)  plt.plot(x, y_closed, color='red') plt.title("Gelombang Stasioner - Pipa Tertutup") plt.xlabel("Posisi (x)") plt.ylabel("Amplitudo") plt.grid() plt.show()</pre>

Distribusi simpul dan perut gelombang terlihat jelas sepanjang domain posisi, dengan perut gelombang muncul pada lokasi amplitudo maksimum. Keberadaan pola periodik ini mengindikasikan bahwa bilangan gelombang  $k$  yang digunakan dalam persamaan kalkulus berpengaruh langsung terhadap jumlah simpul yang terbentuk. Hasil ini menunjukkan kesesuaian antara solusi analitik berbasis kalkulus dan hasil simulasi numerik yang dihasilkan melalui Python.

Secara visual, grafik ini membantu memperjelas hubungan antara fungsi sinusoidal dan fenomena gelombang stasioner. Mahasiswa dapat mengamati bagaimana perubahan variabel posisi dalam fungsi kontinu menghasilkan pola gelombang yang terstruktur, sehingga konsep kalkulus trigonometri dapat dipahami secara lebih konkret.



**Gambar 1.** Visualisasi gelombang stasioner sinusoidal pada pipa tertutup berdasarkan hasil simulasi komputasional menggunakan Python

Sementara itu, grafik hasil simulasi untuk pipa terbuka menunjukkan karakteristik yang berbeda dibandingkan pipa tertutup, secara lebih rinci algoritma yang digunakan dengan bahasa pemrograman Python dapat dilihat pada (2). Pada visualisasi ini, amplitudo gelombang mencapai nilai maksimum di kedua ujung pipa, yang merepresentasikan perut gelombang. Pola tersebut sesuai dengan kondisi batas pipa terbuka, di mana turunan spasial fungsi gelombang bernilai nol pada ujung-ujung domain.

**Algoritma 2 – Komputasi Numerik Gelombang untuk Pipa Terbuka dengan Python**

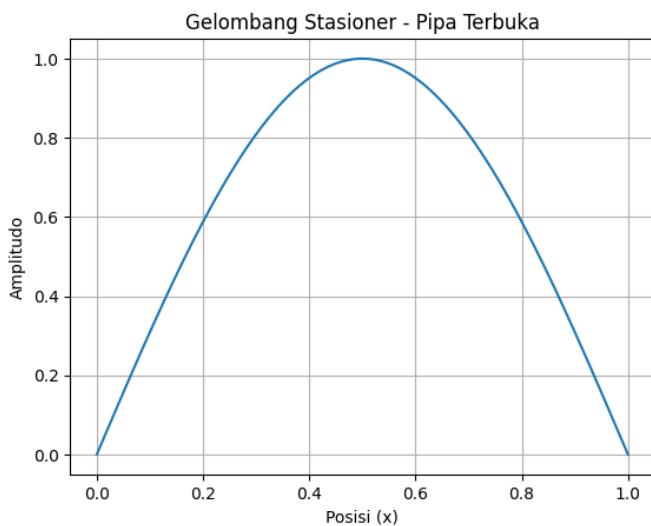
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

A = 1.0
L = 1.0
n = 1
omega = 2*np.pi
t = 0
x = np.linspace(0, L, 500)
y_open = A * np.sin(n*np.pi*x/L) * np.cos(omega*t)

plt.plot(x, y_open)
plt.title("Gelombang Stasioner - Pipa Terbuka")
plt.xlabel("Posisi (x)")
plt.ylabel("Amplitudo")
plt.grid()
plt.show()
```

Perbedaan distribusi simpul dan perut pada grafik pipa terbuka tampak jelas jika dibandingkan dengan pipa tertutup. Meskipun menggunakan persamaan sinusoidal yang sama, penerapan kondisi batas yang berbeda menghasilkan solusi fungsi yang berbeda secara visual maupun matematis. Hal ini menegaskan peran kalkulus dalam menentukan bentuk solusi persamaan gelombang.

Visualisasi ini memperlihatkan bahwa pendekatan komputasional mampu merepresentasikan implikasi matematis dari kondisi batas secara intuitif. Dengan demikian, grafik pipa terbuka menjadi sarana efektif untuk menjelaskan keterkaitan antara persamaan kalkulus dan fenomena gelombang dalam sistem fisik.



**Gambar 2.** Visualisasi gelombang stasioner sinusoidal pada pipa terbuka berdasarkan hasil simulasi komputasional menggunakan Python

### Diskusi dan Perbandingan dengan Penelitian Relevan

Hasil pemodelan dan visualisasi gelombang stasioner yang diperoleh dalam penelitian ini menunjukkan kesesuaian yang kuat dengan prinsip teoritis gelombang bunyi pada pipa terbuka dan pipa tertutup. Pola simpul dan perut yang divisualisasikan melalui simulasi komputasional berbasis fungsi sinusoidal sejalan dengan konsep resonansi gelombang yang telah dibahas secara luas dalam literatur fisika dan pendidikan fisika. Namun demikian, pendekatan penelitian ini memiliki fokus dan penekanan yang berbeda dibandingkan penelitian sebelumnya.

Penelitian oleh Pratiwi et al. (2025) menitikberatkan pada visualisasi fenomena akustik pipa terbuka dan tertutup dengan tujuan utama membandingkan efektivitas Python dan Microsoft Excel sebagai alat visualisasi gelombang. Studi tersebut menggunakan pendekatan deskriptif kuantitatif untuk mengevaluasi kejelasan grafik, efisiensi perangkat lunak, serta kemampuan masing-masing platform dalam menampilkan frekuensi dasar dan nada atas. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa Python lebih unggul dalam fleksibilitas dan kejelasan visual dibandingkan Microsoft Excel, terutama dalam memisahkan beberapa gelombang sinusoidal dalam satu tampilan.

Berbeda dengan penelitian tersebut, fokus utama penelitian ini tidak terletak pada perbandingan antar perangkat lunak, melainkan pada penerapan eksplisit konsep kalkulus trigonometri dalam pemodelan matematis dan visualisasi komputasional. Persamaan sinusoidal dalam penelitian ini tidak hanya digunakan sebagai alat visualisasi, tetapi juga sebagai representasi langsung dari konsep fungsi kontinu, domain, dan kondisi batas yang menjadi inti kajian kalkulus. Dengan demikian, grafik yang dihasilkan berfungsi sebagai jembatan antara teori kalkulus dan fenomena fisika, bukan sekadar sebagai hasil simulasi numerik.

Selain itu, penelitian ini menempatkan visualisasi komputasional sebagai bagian dari pendekatan pembelajaran kalkulus di bidang Informatika. Jika Pratiwi et al. (2025) menekankan aspek fisika dan efisiensi alat bantu

visualisasi, maka penelitian ini memperluas perspektif dengan menyoroti peran kalkulus sebagai kerangka matematis utama yang mengendalikan bentuk dan karakteristik gelombang stasioner. Perbedaan kondisi batas pada pipa terbuka dan pipa tertutup dianalisis sebagai konsekuensi langsung dari sifat fungsi trigonometri dan parameter kalkulus yang digunakan dalam model.

Dengan demikian, kontribusi penelitian ini terletak pada penguatan hubungan antara kalkulus dan komputasi dalam konteks pembelajaran Informatika. Visualisasi yang dihasilkan tidak hanya memperjelas konsep gelombang stasioner, tetapi juga menunjukkan bagaimana persamaan matematis kalkulus dapat diimplementasikan secara langsung dalam lingkungan pemrograman (Das & Karmakar, 2026; Filipovich & Hughes, 2022; Niskanen & Lähivaara, 2023). Pendekatan ini melengkapi penelitian sebelumnya dan menawarkan sudut pandang baru yang lebih terintegrasi antara matematika, komputasi, dan visualisasi fenomena fisis.

## Kesimpulan

Penelitian ini menunjukkan bahwa penerapan konsep kalkulus trigonometri melalui pemodelan dan visualisasi komputasional mampu merepresentasikan fenomena gelombang stasioner pada pipa terbuka dan pipa tertutup secara konsisten dengan teori. Berbeda dari penelitian sebelumnya yang menitikberatkan pada perbandingan perangkat lunak visualisasi, studi ini menempatkan kalkulus sebagai kerangka matematis utama yang mengendalikan bentuk solusi gelombang, khususnya melalui fungsi sinusoidal dan penerapan kondisi batas. Visualisasi yang dihasilkan tidak hanya berfungsi sebagai ilustrasi hasil simulasi, tetapi sebagai sarana untuk menjembatani konsep kalkulus yang abstrak dengan representasi komputasional yang konkret. *Novelty* penelitian ini terletak pada integrasi eksplisit antara kalkulus trigonometri dan pemrograman Python dalam konteks pembelajaran Informatika, sehingga memberikan pendekatan alternatif yang bersifat konseptual dan pedagogis dalam memahami hubungan antara persamaan matematis kontinu dan fenomena gelombang stasioner.

## Referensi

- Afnaria, A., Al-Hakim, R. R., Rachim, F., Hasibuan, A. M., Muliani, M., Nagari, G. T., Adriani, I. R., Harahap, A. Y. A., Sari, D. P., & Ekaasmita, W. (2025). *Kalkulus*. Get Press Indonesia.
- Al Hakim, R. R., & Setyowisnu, G. E. (2021). Rancang Bangun Media Pembelajaran Matematika Berbasis Android pada Materi Kalkulus Diferensial. *Prosiding Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 3, 1–6. <https://doi.org/10.21831/pspmm.v3i0.133>
- Al Hakim, R. R., Setyowisnu, G. E., & Pangestu, A. (2020). Rancang Bangun Media Pembelajaran Matematika Berbasis Android pada Materi Persamaan Diferensial. *Kontinu: Jurnal Penelitian Didaktik Matematika*, 4(2), 82–91. <https://doi.org/dx.doi.org/10.30659/kontinu.4.2.82-91>
- Das, S., & Karmakar, P. (2026). Time-resolved simulation of hybrid nano-milk flow in an electromagnetic vibration channel with parabolic thermal ramping: A Python AI approach. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 270, 105647. <https://doi.org/10.1016/J.CHEMOLAB.2026.105647>
- Filipovich, M. J., & Hughes, S. (2022). PyCharge: An open-source Python package for self-consistent electrodynamics simulations of Lorentz oscillators and moving point charges. *Computer Physics Communications*, 274, 108291. <https://doi.org/10.1016/J.CPC.2022.108291>
- Halliday, D., & Resnick, R. (2010). *Fisika Dasar* (7th ed., Vol. 1). Erlangga.

- Handayani, I. D., & Ahmad, F. (2022). Kajian Konsep Perlayangan Gelombang Berdasarkan Hasil Komputasi Numerik. *ORBITA: Jurnal Pendidikan Dan Ilmu Fisika*, 8(1), 97–102. <https://doi.org/10.31764/ORBITA.V8I1.8437>
- López-Flores, F. J., Ochoa-Barragán, R., Raya-Tapia, A. Y., Ramírez-Márquez, C., & Ponce-Ortega, J. M. (2025). Machine learning with Python. In *Machine Learning Tools for Chemical Engineering: Methodologies and Applications* (pp. 31–55). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-443-29058-9.00004-5>
- Maskar, S., & Dewi, P. S. (2020). Praktikalitas dan Efektifitas Bahan Ajar Kalkulus Berbasis Daring Berbantuan Geogebra. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(2), 888–899. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v4i2.326>
- McClarren, R. G. (2018). NumPy and Matplotlib. In *Computational Nuclear Engineering and Radiological Science Using Python* (pp. 53–74). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-812253-2.00005-4>
- Niskanen, M., & Lähivaara, T. (2023). COMPOSTI: A Python-based program for seismic trans-dimensional inversion. *SoftwareX*, 21, 101298. <https://doi.org/10.1016/J.SOFTX.2022.101298>
- Pratiwi, I., Nugroho, H. S., Supardi, Putri, S. A., Chen, D., Suryani, R., & Al-Hakim, R. R. (2025). Cross-platform Data Visualization of Acoustic Phenomena in Open and Closed Pipe Resonance Using Python and Microsoft Excel. *Journal of Aceh Physics Society*, 14(4), 28–36. <https://doi.org/10.24815/jacps.v14i4.47388>
- Squire, J. C., & English, A. E. (2025). Introduction to Python. In *Introduction to Python and Spice for Electrical and Computer Engineers* (pp. 1–48). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-443-19007-0.00001-5>
- Sukhdeve, Dr. S. R., & Sukhdeve, S. S. (2023). Google Colaboratory. In *Google Cloud Platform for Data Science* (pp. 11–34). Apress. [https://doi.org/10.1007/978-1-4842-9688-2\\_2](https://doi.org/10.1007/978-1-4842-9688-2_2)
- Zheng, D., Peng, X., Huang, Y., Wang, Y., Zhang, D., Huang, Z., Cai, Z., Zhang, L., Chen, M., Xu, B., & Zhou, W. (2026). Integrating deep-learning-based magnetic model and non-collinear spin-constrained method: methodology, implementation and application. *Npj Computational Materials*, 12, 52-. <https://doi.org/10.1038/s41524-025-01923-9>